Lycée Khniss	Devoir de contrôle N°3	Prof :
A.S 2007-2008	Mathématiques Durée : 2h	4 ème Sc Exp 2 Le 01/05/2008

EXERCICE N°1:(6pts)

Une boite contient 5 boules : $\begin{cases} 3 \quad boules \quad blanches \quad numerotées \ 1.1.2 \\ 2 \quad boules \quad rouges \quad numerotées \ 2.2 \end{cases}$

1) Soit l'épreuve qui consiste à tirer au hasard et simultanément 2 boules de la boite.

a) On note A et B les évènements suivants :

A : « Les deux boules tirées sont de même couleur ».

B : « Les deux boules tirées portent le même numéro ».

- Calculer P(A), P(B), P($A\cap B$) et P(B/A)

b) Soit X l'alea numérique égale au produit de deux numéros obtenus.

- Etablir la loi de probabilité de X puis calculer E(X) et V(X).

2) On procède maintenant à un tirage successif de deux boules comme suit :
On tire une première boule : si elle est blanche on la remet et on tire une deuxième boule, sinon on la garde et on tire une deuxième boule.

- Calculer la probabilité d'avoir deux boules de même couleur.

3) On considère le jeu suivant.
On tire une première boule : si elle est blanche on gagne 3^D et le jeu s'arrête.
Sinon on la remet et on tire une deuxième; si la deuxième boule tirée est blanche on gagne 2^D si non on perd 5^D et le jeu s'arrête.
Soit Y le gain algébrique du jeu.

a) Etablir la loi de probabilité de Y.

b) Calculer E(Y). Conclure.

Exercice N°4 (3pts)

Cocher la ou les réponses justes.

1) On considère une variable X. Sa loi de probabilité est binomiale B(4 ; 0.2)

a. L'espérance et la variance d'une telle loi est

a) E = 4 ; V = 4.2 b) E = 4 ; V = 0.24	c) E = 10.4 ; V = 0.24 d) E = 0.8 ; V = 0.64

b. La probabilité p(X=2) est :

a) $C_8^2(0.4)^2.(0.2)^2$ b) $C_4^2(0.2)^4.(0.8)^2$	c) $C_4^2(4)^2.(0.8)^2$ d) $6(0.2)^2.(0.8)^2$

2) A et B deux évènements d'un espace probabilisé tels que :
p($A\cap B$)=1/3 et p(B/A)= 1/2. Combien vaut p(A) ?

a) 2/3	b) 3/2	c) 1/6	d) 1/12

EXERCICE N°2 (6pts)

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = $x+1-e^{-x}$

1) a) Dresser le tableau de variation de f

b) Montrer que la droite D : y = x +1 est une asymptote de (C_f) au V(+∞)

c) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ Conclure.

d) Construire (C_f) dans un repère orthonormé R = $(O,\vec{i},\vec{j})$ (Unité graphique : 2cm)

2) a) Calculer en cm² l'aire A_n de la région du plan limitée par la courbe (C_f) et les droites :

D : y = x+1, Δ : x = 0 et Δ' : x = n. (n $\geq$ 1)

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$

3) a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l'on précisera.

b) En déduire que l'équation f(x) = 1 admet une unique solution α

c) Tracer la courbe (C') de g $^{-1}$ dans le même repère.

d) Calculer $\int_0^{\alpha} f(x)dx$ en déduire $\int_0^1 f^{-1}(x)dx$

Exercice N°3 (5pts)

Soit f la fonction définie sur]0, +∞[par : f(x) = x(2 – Log x).

1) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) En déduire l'image de l'intervalle [1, e] par f.

2) On considère la suite (U_n) définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad \forall n \in IN \end{cases}$

a) Montrer que pour tout n$\in$IN, on a : 1 $\leq$ u_n $\leq$ e.

b) Vérifier que $u_{n+1}-u_n = u_n(1-Log\ u_n)$ et en déduire que (U_n) est croissante.

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.

3) Pour tout n$\in$IN, on pose $V_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

a) Montrer que $V_n = 2-Log(u_n)$

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis retrouver la limite de la suite (U_n).

L.7.11 Sahline	Devoir de contrôle N°3	A.S :2007/2008
Classes 4ème sc		Durée : 2.h

Exercice N°1: (5 pts)

Le sang humain est classé en quatre groupes distincts : A, B, AB et O
Indépendamment du groupe, le sang peut posséder ou no le facteur Rhésus. Quand le sang possède ce facteur, il est dit de Rhésus positif (noté Rh+) ; sinon, il est dit Rhésus négatif (noté Rh -).
Dans une population, les groupes sanguins se répartissent comme suit :

A	B	AB	O
40%	10%	5%	45%

Pour chaque groupe sanguin, les proportions d'individus possédant ou non le facteur Rhésus sont les suivantes

Groupe	A	B	AB	O
Rh+	82%	81%	83%	80%
Rh -	18%	19%	17%	20%

Un individu ayant un sang du groupe O et Rh – est appelé un donneur universel

1/ Modéliser la situation par un arbre de probabilités.

2/a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population ait un sang du groupe O ?
b) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit un donneur universel ?
c) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population ait un sang Rh - ?

3/a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard parmi ceux de facteur Rh - , soit du groupe A ?
b) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard parmi ceux de facteur Rh - , ne soit pas du groupe O ?

Exercice N°2: (5 pts)

Dans cet exercice, les résultats demandés seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
Une urne contient dix boules indiscernables au toucher dont une noire, quatre blanches et cinq rouges.

On tire simultanément au hasard trois boules de l'urne.

1/a) Calculer la probabilité des évènements suivants :
A : « Parmi les trois boules du tirage figure la noire ».
B : « le tirage est tricolore ».
b) Calculer la probabilité que le tirage soit tricolore sachant qu'y figure la boule noire

2/ X est la variable aléatoire égale au nombre de boules blanches figurant dans le tirage.
a) Donner la loi de probabilité de X.
b) Calculer l'espérance mathématique de X.
c) Donner la fonction de répartition F de la variable aléatoire X.

EXERCICE N°3 :(6 pts)

I- Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=x^2-2\ln x$

1/ Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

2/ Dresser le tableau de variation de g ; Déduire le signe de g

II- On considère la fonction f définie $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+2\ln x+2}{x}$

On désigne par (ζ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1/a) Montrer que pour tout $x\in]0,+\infty[$, on a $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que la droite $\Delta: y=x$ est une asymptote à la courbe ζ au voisinage de $+\infty$

b) En remarquant que pour tout $x\in]0,+\infty[$ on a $f(x)-x=\dfrac{2}{x}(1+\ln x)$.

Déterminer la position relative de ζ et de la droite Δ

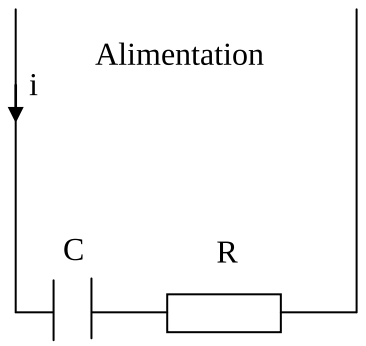
c) Ecrire une équation de la tangente T à la courbe ζ au point d'abscisse 1

d) Tracer T, Δ et ζ

3)a) Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x)=[\ln x]^2$. Calculer $h'(x)$

b) En déduire l'aire du domaine limité par la courbe ζ, la droite Δ et les droites d'équations respectives $x=\dfrac{1}{e}$ et $x=1$

Exercice N°4: (4 pts)



On considère le circuit électrique ci-contre.
R est la résistance du résistor et C la capacité du condensateur.
R et C sont des constantes.
Soit $q(t)$ la charge de l'armature du condensateur à l'instant t.

(On rappelle que : $R\dfrac{dq}{dt}+\dfrac{q}{C}=U.$)

La fonction $t\mapsto q(t)$ est la solution de l'équation différentielle : $Ry'+\dfrac{1}{C}y=U$

1/ Déterminer toutes les solutions de l'équation : $Ry'+\dfrac{1}{C}y=U$

2/ En utilisant la condition initiale, $q(0)=0$, montrer que $q(t)=CU(1-e^{-\frac{t}{RC}})$

3/ On observe à l'oscilloscope la tension $U_r=R.i$ aux bornes du résistor. Sachant que $i(t)=\dfrac{dq}{dt}$

Donner l'expression de U_r en fonction de t.